SYSTEMY LICZBOWE

SYSTEM DZIESIĘTNY (DECYMALNY)

Jest to podstawowy system prezentacji liczb prawie we wszystkich krajach na świecie. Do zapisu licz w tym systemie wykorzystuje się 10 cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Podstawą pozycji zaś są kolejne potęgi liczby 10. W praktyce wygląda to tak :

Jak w każdym systemie pozycyjnym o wartości cyfry stanowi pozycja na której ona stoi więc cyfrę stojącą na pierwszej pozycji mnożymy razy 10^0. Cyfrę na 2 pozycji mnożymy razy 10^1, cyfrę na 3 pozycji razy 10^2 itd.

Przykład:

$4123 = 3*10^0 + 2*10^1 + 1*10^2 + 4*10^3 = 3 + 20 + 100 + 4000 = 4123$

SYSTEM DWÓJKOWY (BINARNY)

Do zapisu liczb w tym systemie wykorzystuje się zaledwie 2 cyfr: 0,1. Podstawą pozycji zaś są kolejne potęgi liczby 2. W praktyce wygląda to tak :

Jak w każdym systemie pozycyjnym o wartości cyfry stanowi pozycja na której ona stoi więc cyfrę stojącą na pierwszej pozycji mnożymy razy 2^0, a cyfrę na 2 pozycji mnożymy razy 2^1.

Przykład:

$1100101 = 1*2^0 + 0*2^1 + 1*2^2 + 0*2^3 + 0*2^4 + 1*2^5 + 1*2^6 = 1+ 0+ 4+ 0+ 0+ 32+ 64 = 101$

Tak więc liczba 1100101 w systemie dwójkowym jest równa liczbie 101 w systemie dziesiętnym. Liczby można również zamieniać w odwrotny sposób czyli z systemu dziesiętnego na dwójkowy. Aby to zrobić wystarczy dzielić liczbę w systemie dziesiętnym przez 2 tak długo aż zostanie nam liczba jeden (jedynkę tez dzielimy) i przy każdym dzieleniu zapisywać resztę z tego dzielenia (1 albo 0). Potem zapisujemy reszty w odwrotnej kolejności jako ciąg cyfr.

Przykład:

41/2 = 20 |1
20/2 = 10 |0
10/2 = 5 |0
5/2 = 2 |1
2/2 = 1 |0
1/2 = 0 |1 ↑

Czytając reszty od tyłu wychodzi nam liczba 101001 tak wiec liczba 41 w systemie dziesiętnym jest równa liczbie 101001 w systemie dwójkowym.

SYSTEM ÓSEMKOWY (OKTAGONALNY)

Do zapisu liczb w tym systemie wykorzystuje się 8 cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 Podstawą pozycji zaś są kolejne potęgi liczby 8. W praktyce wygląda to tak :

Jak w każdym systemie pozycyjnym o wartości cyfry stanowi pozycja na której ona stoi więc cyfrę stojącą na pierwszej pozycji mnożymy razy 8^0, cyfrę na 2 pozycji mnożymy razy 8^1, cyfrę na 3 pozycji mnożymy razy 8^2 itd.

Przykład:

$174 = 4*8^0 + 7*8^1 + 1*8^2 = 4+ 56+ 64 = 124$
Tak wiec liczba 174 w systemie ósemkowym jest równa liczbie 124 w systemie dziesiętnym.

Liczby można również zamieniać w odwrotny sposób czyli z systemu dziesiętnego na ósemkowy. Aby to zrobić wystarczy dzielić liczbę w systemie dziesiętnym przez 8 tak długo aż zostanie nam liczba mniejsza niż 8 (tą liczbę też dzielimy tez dzielimy) i przy każdym dzieleniu zapisywać resztę z tego dzielenia (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 albo 7). Potem zapisujemy reszty w odwrotnej kolejności jako ciąg cyfr.

Przykład:

167/8 = 20 |7
20/8 = 2 |4
2/8 = 0 |2

Czytając reszty od tyłu wychodzi nam liczba 247 tak wiec liczba 167 w systemie dziesiętnym jest równa liczbie 247 w systemie ósemkowym.

SYSTEM SZESNASTKOWY (HEKSAGONALNY)

Do zapisu liczb w tym systemie wykorzystuje się 16 znaków (10 cyfr i 6 liter): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. Podstawą pozycji zaś są kolejne potęgi liczby 16. W praktyce wygląda to tak : Jak w każdym systemie pozycyjnym o wartości cyfry stanowi pozycja na której ona stoi więc znak stojący na pierwszej pozycji mnożymy razy 16^0, znak na 2 pozycji mnożymy razy 16^1, znak na 3 pozycji mnożymy razy 16^2 itd.

UWAGA ! Litery w tym systemie traktowane są jako następujące liczby:
A = 10, B = 11, C = 12, D = 13, E = 14, F = 15

Przykład:

$D3A = 10*16^0 + 3*16^1 + 13*16^2 = 10 + 48 + 3328 = 3386$

Tak wiec liczba D3A w systemie dwójkowym jest równa liczbie 3386 w systemie dziesiętnym.

Liczby można również zamieniać w odwrotny sposób czyli z systemu dziesiętnego na szesnastkowy. Aby to zrobić wystarczy dzielić liczbę w systemie dziesiętnym przez 16 tak długo aż zostanie nam liczba mniejsza niż 16 (tą liczbę też dzielimy) i przy każdym dzieleniu zapisywać resztę z tego dzielenia (w przypadku liczby większej niż 9 stosujemy litery). Potem zapisujemy reszty w odwrotnej kolejności jako ciąg cyfr.

Przykład:

3738/16 = 233 |A
233/16 = 14 |9
14/16 = 0 |E
Czytając reszty od tyłu wychodzi nam liczba E9A tak wiec liczba 3738 w systemie dziesiętnym jest równa liczbie E9A w systemie szesnastkowym.

DODAWANIE LICZB W SYSTEMIE DWÓJKOWYM

Dodawanie binarne niczym nie różni się od tego w systemie dziesiętnym tak samo sumujemy poszczególne kolumny uwzględniając odpowiednio przeniesienie (które w systemie dziesiętnym występowało przy liczbach powyżej 9, tu przy liczbach powyżej 1 - w systemie dwójkowym największa liczba jaką można zapisać na pojedynczej pozycji to 1 w systemie dziesiętnym była to liczba 9). Prześledźmy przykładowe dodawanie dwóch liczb, np 11010011 + 00100101 (w systemie dziesiętnym to: 211 + 37)

$$
\begin{array}{r}
\color{red}{111} \\
11010011 \\
+\,00100101 \\
\hline
11111000
\end{array}
$$

Dodawanie kolejnych liczb rozpoczynamy od prawej strony od pozycji najmniej znaczących, w naszym wypadku jest to 1 + 1, wynikiem jest liczba 10 jest ona liczbą spoza zakresu podstawowego (0-1), więc jej mniej znaczącą część (0) spisujemy jako wynik naszego dodawania a część bardziej znaczącą (1) zapisujemy jako przeniesienie. Pozycje najmniej znaczącą mamy już obliczoną przechodzimy do pozycji bardziej znaczącej (w lewo), tu należy wykonać sumowanie 1+0+1 (1 przeniesienie z poprzedniego sumowania) wynik 10, sytuacja tak jak poprzednio spisujemy 0 jako nasz wynik a 1 zapisujemy jako kolejne przeniesienie. Kolejne sumowania wykonujemy na podobnej zasadzie przesówając się coraz bardziej w lewą stronę, po wyczerpaniu wszystkich liczb sumowanie jest zakończone. Otrzymana liczba to: 11111000 (dziesiętnie: 248).

ODEJMOWANIE LICZB W SYSTEMIE DWÓJKOWYM

W systemie dwójkowym najprostszym sposobem odejmowania jest zamiana odjemnika (liczby odejmowanej) na liczbę o znaku przeciwnym (patrz: system uzupełnień do dwóch - u2), a następnie tak otrzymaną liczbę dodajemy do odjemnej. Wykonajmy przykładowe odejmowanie liczb: 11010101 - 01010110 w systemie dziesiętnym to: 213 - 86)

Pierwszym krokiem jest zamiana liczby 01010110 na liczbę o znaku przeciwnym)

$$
\begin{array}{rl}
01010110 & (+86) \\
\downarrow & \\
10101001 & \\
+\qquad\quad 1 & \\
\hline
10101010 & (-86)
\end{array}
$$

Teraz dodajemy obie liczby do siebie:

$$
\begin{array}{l}
\color{red}{1} \\
\;\;11010101 \\
+10101010 \\
\hline
\;\;01111111
\end{array}
$$

Otrzymana liczba to: 01111111 (dziesiętnie: 127).

Warto tu zwrócić uwagę na przeniesienie (czerwona jedynka) które jest "gubione" - sumowanie przeprowadzamy na liczbie 8 bitowej jest to o tyle istotne, że do otrzymania prowidłowego wyniku w czasie odejmowania, obie liczby odjemna i odjemnik muszą mieć ten sam rozmiar. Jeśli któraś z liczb ma rozmiar mniejszy to należy brakujące pozycje uzupełnić: w przypadku liczby dodatniej zerami a w przypadku liczby ujemnej jedynkami.